

۱-۱ سرعت  $v$  ی امواج صوتی در هوا تابع فشار  $P$  ی جو و چگالی  $\rho$  ی هواست . با به کارگیری روش آنالیز ابعادی ، عبارتی برای  $v$  بر حسب  $P$  و  $\rho$  پیدا کنید .

جواب:

سرعت  $v$  را به صورت تابعی از  $P$  و  $\rho$  می نویسیم:

$$v = f(P, \rho) \Rightarrow v = P^m \rho^n$$

با استفاده از روش آنالیز ابعادی داریم:

$$LT^{-1} = (ML^{-1}T^{-2})^m (ML^{-3})^n \Rightarrow LT^{-1} = M^{m+n} L^{-m-3n} T^{-2m}$$

با توجه به ضرایب دو طرف معادله آن گاه به روابط زیر می رسیم:

$$\begin{cases} m+n=0 \\ -m-3n=1 \Rightarrow n=-\frac{1}{2} \\ -2m=-1 \Rightarrow m=\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین سرعت امواج صوتی متناسب با مجذور نسبت  $P$  به  $\rho$  است. پس،

$$v \propto \sqrt{P/\rho}$$

۲-۱ سرعت  $v$  ی امواج در یک تار مرتعش تابع تنش  $T$  در نخ و جرم واحد طول نخ ،  $\lambda$  ، است . با استفاده از روش آنالیز ابعادی عبارتی برای  $v$  پیدا کنید .

جواب:

مانند روش مسئله قبل، اگر سرعت  $v$  تابعی از  $T$  و  $\lambda$  باشد، در این صورت:

$$v = f(T, \lambda) \Rightarrow v = T^m \lambda^n$$

$$LT^{-1} = (MLT^{-2})^m (ML^{-1})^n \Rightarrow LT^{-1} = M^{m+n} L^{m-n} T^{-2m}$$

با توجه به ضرایب دو طرف معادله آن گاه به روابط زیر می رسیم:

$$\begin{cases} m+n=0 \\ -m-n=1 \Rightarrow n=-\frac{1}{2} \\ -2m=-1 \Rightarrow m=\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین سرعت امواج صوتی متناسب با مجذور نسبت  $P$  به  $\rho$  است. پس،

$$v \propto \sqrt{T/\lambda}$$

۱-۳ زمان تناوب  $T$  یک سیاره دور خورشید به جرم  $M$  با عبارت  $T^2 = 4\pi^2 a^3 / MG$  داده شده

است، که  $a$  شعاع مدار دایره‌ای سیاره است.

الف- یکاهای  $G$  در SI چیست؟

ب- عبارت قبلی را با استفاده از روش ابعادی، یعنی، با فرض  $T = T(a, M, G)$  پیدا

کنید.

جواب:

الف- با استفاده از روش آنالیز ابعادی داریم:

$$T^2 = 4\pi^2 a^3 / MG \Rightarrow G = 4\pi^2 a^3 / MT^2$$

$$[G] = L^3 / MT^2 = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

ب- طبق فرض مسئله  $T$  تابعی از  $a$ ،  $M$  و  $G$  است، پس:

$$T = T(a, M, G) \Rightarrow T = a^m M^n G^l \Rightarrow T = L^m M^n (L^3 M^{-1} T^{-2})^l$$

با توجه به ضرایب دو طرف معادله آنگاه به روابط زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} m+3l=0 \Rightarrow m=-\frac{3}{2}l \\ n-l=0 \Rightarrow n=l \\ -2l=1 \Rightarrow l=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین،

$$T \propto \sqrt{a^3 / MG}$$